

SIMULAÇÃO DE UMA BOMBA DE CALOR OPERANDO SEGUNDO O CICLO STIRLING

Thiago Sousa Bastos – thiagosbastos@live.com

José Alberto dos Reis Parise – parise@puc-rio.br

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica, www.mec.puc-rio.br

S2 – Equipamentos e Componentes de Ar Condicionado, Ventilação e Aquecimento

Resumo. *Buscar alternativas mais sustentáveis para o aquecimento de fluidos é fundamental, dada a sua presença em diversos processos industriais. No presente trabalho é desenvolvido um modelo matemático de uma bomba de calor operando em regime transiente sob o ciclo Stirling. Foi empregado o método dos volumes de controle, onde as equações de conservação da massa e energia são aplicadas a cada volume de controle. Equações de propriedades termodinâmicas do fluido de trabalho, assim como correlações empíricas para o coeficiente de troca de calor e para o fator de atrito, são também aplicadas. O modelo matemático resulta em um conjunto de equações algébricas não-lineares e diferenciais ordinárias. Sua integração numérica fornece os estados termodinâmicos do gás em cada volume de controle e a cada instante. Os resultados do presente modelo são confrontados com dados experimentais disponíveis e suas aplicações são apresentadas ao final do trabalho.*

Palavras-chave: Bomba de calor, ciclo Stirling, Volumes de controle, Simulação

1. INTRODUÇÃO

Historicamente, há uma evidente priorização no desenvolvimento de tecnologias que não prejudiquem o meio ambiente. Por isto, máquinas Stirling são vistas como uma alternativa aos métodos tradicionais de aquecimento e refrigeração, dado que utilizam gases de baixo impacto ambiental.

A simulação de uma máquina Stirling pode ser dividida em três categorias: modelos de primeira, segunda e terceira ordem. Os de primeira ordem são modelos que calculam os parâmetros do ciclo a partir de hipóteses simplificadoras como comportamento isotérmico do gás, variação senoidal de volume nas câmaras e ausência de perda de carga, não fornecendo informações de um determinado componente nem condições transientes do ciclo.

Já os modelos de segunda ordem são os que se baseiam em uma análise simplificada de um ciclo termodinâmico idealizado. Neles, várias perdas parasitas e de calor são calculadas independentemente umas das outras, sendo usadas para corrigir os resultados da análise do ciclo idealizado, por isso estes modelos são de soluções fechadas, assim como os de primeira ordem.

Por fim, tem-se os modelos de terceira ordem, onde o volume de trabalho da máquina é dividido em vários nós e as equações diferenciais básicas que regem seu funcionamento, isto é, as equações de conservação da massa, energia e momentum linear são resolvidas através de métodos numéricos. Junto a isto, estes modelos tem como característica a análise em regime transiente, o que exige um maior esforço computacional em relação aos demais.

Na literatura disponível existe um número limitado de trabalhos que simulam bombas de calor Stirling. Felizmente, modelos desenvolvidos para motores Stirling são regidos pelas mesmas equações, além de serem descritos por diversos trabalhos nos últimos 40 anos.

A primeira simulação do ciclo Stirling foi apresentada por Schmidt (1871), que usa como hipótese o comportamento isotérmico dos trocadores de calor e câmaras de expansão e compressão. Sua grande vantagem é ser uma solução analítica. Depois, Finkelstein (1960) propôs que as câmaras de compressão e expansão fossem modeladas como adiabáticas, ao invés de isotérmicas, produzindo então um modelo implícito.

Para melhorar o modelo adiabático, Urieli e Berchowitz (1984) realizaram uma simulação com pressão uniforme, movimento não-senoidal e temperatura oscilante nas câmaras e trocadores de calor, incluindo, posteriormente, perdas por condução através da matriz do regenerador, perdas por histerese do gás e perdas de carga.

Posteriormente, Urieli e Berchowitz (1984) desenvolveram um modelo que utiliza vários volumes de controle (VC's) finitos estabelecidos, e desenvolvendo as equações de conservação na forma diferencial para investigar a importância local de cada termo.

Outros modelos são encontrados na literatura, como o modelo de Serrate e Parise (1990), que utilizam as equações de massa, energia e quantidade de movimento para descrever o comportamento local de cinco volumes de controle, além de propôr o uso de correlações com o número de Nusselt complexo para obter uma maior precisão de cálculo. Na Tab. 1, pode-se observar os principais modelos e suas características.

O presente modelo de simulação busca se situar entre os modelos de segunda e terceira ordem, pois utiliza-se o método dos volumes de controle, dividindo a bomba de calor em oito volumes de controle com equações de conservação da massa e energia na forma diferencial, além de utilizar correlações empíricas para o número de Nusselt e propriedades termodinâmicas variáveis com a temperatura. Porém, considera-se a pressão uniforme ao longo dos mesmos e o efeito do atrito é desprezado.

Tabela 1. Alguns modelos computacionais Stirling

Autores	Ano	Categoria do Modelo	Simplificações	Máquina
Tew et al.	1979	3º ordem	Pressão uniforme nos VC's e efeitos de inércia desprezados	Motor
Gedeon	1986	3º ordem	-	Motor
Kawajiri et al.	1989	2º ordem	Pressão uniforme nos VC's e atrito desprezado	Motor
Serrate e Parise	1990	3º ordem	Não prevê nenhum tipo de perda de calor para o ambiente ou por condução	Motor
Chen e Yan	1996	2º ordem	Modelo semi-adiabático	Refrigerador
Erbay e Yavuz	1998	2º ordem	Deslocamentos de gás isocóricos	Refrigerador
Ataer e Karbulut	2005	2º ordem	Modelo semi-adiabático	Refrigerador
McFarlane et al.	2013	3º ordem	Coefficientes convectivos e propriedades termodinâmicas constantes	Refrigerador

2. DESCRIÇÃO DO FUNCIONAMENTO DA BOMBA DE CALOR

Este trabalho se baseia na bomba de calor construída por Faveret (1992), que consiste em duas câmaras construídas a partir de peças de um compressor antigo, dois trocadores de calor do tipo tubo aletado obtidos de um computador antigo da IBM e um conjunto de matrizes de cobre.

Seu princípio de funcionamento é bem simples: um motor elétrico movimenta duas polias sincronizadas, as quais estão presos os pistões, com defasagem relativa. O movimento dos pistões promove o deslocamento de ar através da bomba de calor, de modo que, ao passar pela parte externa dos trocadores de calor, o gás troca energia com a água que passa por dentro dos tubos dos trocadores. Ao passar pelo regenerador, o ar troca calor com a matriz metálica, para que o calor seja usado em outra parte do ciclo.

Vale ressaltar que, para circular a água pelos trocadores de calor, foram utilizados dois banhos de temperatura controlada de forma a manter às temperaturas de entrada constantes. As especificações técnicas podem ser vistas na Tab. 2 e Tab. 3:

Tabela 2. Especificações técnicas dos componentes

	Câmaras	Trocadores de calor	Regenerador
Volume nocivo	3,32/4,87 cm ² (Expansão/Compressão)	67,14 cm ³	39,36 cm ³
Dimensões	Cilindradas: 88cm ³ Curso: 43,4mm Diâmetro do cilindro: 50,8mm	Tubos com diâmetro de 8,5mm e 112mm de comprimento Aletas: 28x76x0,3mm com 1,5mm entre elas	22x28x74 mm
Quantidade	1 de compressão e 1 de expansão	2 trocadores de calor com 31 aletas e 4 tubos cada	1 com 286 telas
Material	Não especificado	Tubos de cobre e aletas de alumínio	Malha de cobre

Tabela 3. Especificações técnicas do equipamento

Fluido de trabalho	Pressão máxima	Configuração
Ar	0,69 Mpa	Alfa

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

A bomba de calor Stirling pode ser dividida em cinco volumes de controle na parte do gás: câmaras de compressão (subscrito c) e expansão (subscrito e), resfriador (subscrito k), aquecedor (subscrito h) e regenerador (subscrito r). Junto à matriz do regenerador (subscrito m) e ao volume de controle que engloba o fluido de trabalho, aletas e tubos dos trocadores de calor, tem-se um conjunto de oito volumes de controle em que as equações de conservação serão aplicadas. A Figura 1 descreve o modelo físico da bomba de calor.

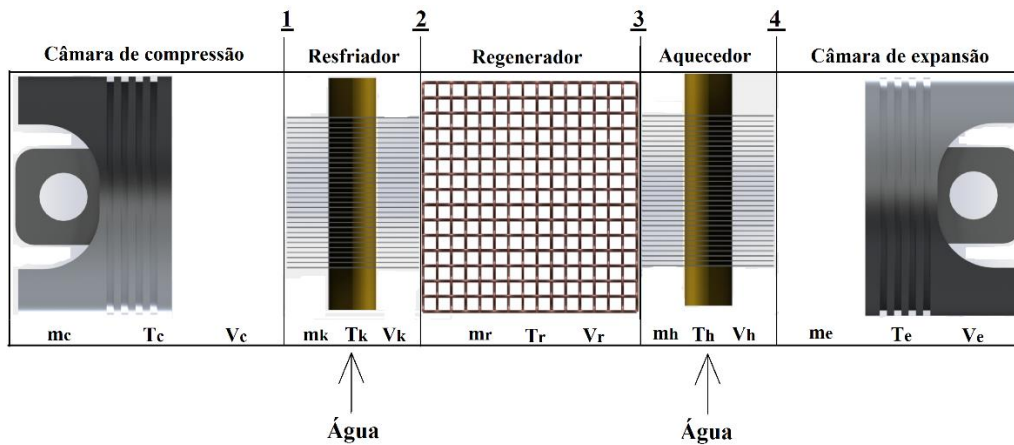


Figura 1. Modelo físico da bomba de calor

As interfaces numeradas são, em ordem crescente, a interface ck , interface kr , interface rh e interface he .

3.1 Modelagem de um volume de controle genérico

Para a modelagem de um volume de controle genérico (Fig. 2), aplicam-se as equações fundamentais para a conservação da massa e energia sob as seguintes hipóteses: propriedades termodinâmicas uniformemente distribuídas na seção transversal de escoamento, processos termodinâmicos quase-estáticos, condução de calor desprezível nas paredes das câmaras ao longo da direção axial, pressão uniforme em toda a bomba de calor e gás ideal.

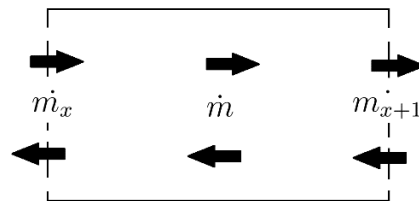


Figura 2. Volume de controle genérico

Será aplicada neste volume de controle a equação de conservação da massa:

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m}_x - \dot{m}_{x+1} \quad (1)$$

em que o primeiro termo da equação é a taxa de variação de massa no interior do VC, e os subscritos revelam à interface do VC, sendo x a interface anterior ao VC e $x+1$, a posterior.

Daí, aplica-se a equação de conservação da energia

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \frac{dW}{dt} + \sum i_y \dot{m}_y \quad (2)$$

em que E , \dot{Q} , W e i são, respectivamente, a energia interna, taxa de calor trocado, trabalho e entalpia na fronteira y . A partir das hipóteses simplificadoras e supondo que a troca de calor é regida pela lei de resfriamento de Newton,

$$m c_v \frac{dT}{dt} + T c_v \frac{dm}{dt} = h A_{wg} (T_w - T) - P \frac{dV}{dt} + \dot{m}_x c_p T_x - \dot{m}_{x+1} c_p T_{x+1} \quad (3)$$

em que c_v e c_p são os calores específicos à volume constante e pressão constante, respectivamente. P é a pressão e V , o volume, A_{wg} é a área molhada e h , o coeficiente de transferência de calor, obtido através de correlações empíricas.

Para uma análise de parâmetros concentrados é necessário definir o conceito de vazão média de massa em um volume de controle qualquer

$$\dot{m}_j = 0,5(\dot{m}_x + \dot{m}_{x+1}) \quad (4)$$

em que \dot{m}_j é a vazão mássica na interface do VC.

Finalmente, tem-se a equação de estado para gases ideais na forma diferencial,

$$P \frac{dV}{dt} + V \frac{dP}{dt} = mR \frac{dT}{dt} + TR \frac{dm}{dt} \quad (5)$$

onde R é a constante do gás que se deseja simular.

3.2 Parâmetros cinemáticos

Para o mecanismo biela-manivela tem-se

$$V_c = V_{mc} + \frac{1}{2}V_{swc}(1 + \cos \theta) \quad (6)$$

$$V_e = V_{me} + \frac{1}{2}V_{swe}(1 + \cos(\theta + \alpha)) \quad (7)$$

em que V_e e V_c , V_{me} e V_{mc} , V_{swe} e V_{swc} são, respectivamente, os volumes totais, mortos e varridos de expansão e compressão, e θ e α são, nesta ordem, os ângulos de manivela e de defasagem entre a compressão e expansão.

Com isto, sabendo que o ângulo de manivela depende da rotação ω do motor elétrico, é possível calcular as taxas de variação de volume de compressão e expansão:

$$\frac{dV_e}{dt} = -\frac{1}{2}\omega V_{swe} \sin \theta + \alpha \quad (8)$$

$$\frac{dV_c}{dt} = -\frac{1}{2}\omega V_{swc} \sin \theta \quad (9)$$

3.3 Equação de conservação da massa total

Como a massa total do gás é constante, então:

$$\frac{dm_c}{dt} + \frac{dm_k}{dt} + \frac{dm_r}{dt} + \frac{dm_h}{dt} + \frac{dm_e}{dt} = 0 \quad (10)$$

3.4 Perfis de temperatura

As entalpias que fluem através das interfaces carregam os valores de temperaturas adjacentes. Portanto, as temperaturas interfaciais são condicionais na direção de fluxo e são definidas algoritmicamente, conforme Urieli e Berchowitz (1984):

$$\text{Se } \dot{m}_{ck} > 0, \text{ então } T_{ck} = T_c, \text{ caso contrário } T_{ck} = T_k \quad (11)$$

$$\text{Se } \dot{m}_{kr} > 0, \text{ então } T_{kr} = T_k, \text{ caso contrário } T_{kr} = T_r \quad (12)$$

$$\text{Se } \dot{m}_{rh} > 0, \text{ então } T_{rh} = T_r, \text{ caso contrário } T_{rh} = T_e \quad (13)$$

$$\text{Se } \dot{m}_{he} > 0, \text{ então } T_{he} = T_h, \text{ caso contrário } T_{he} = T_e \quad (14)$$

3.5 Correlações empíricas para os coeficientes de transferência de calor por convecção

Para avaliar a transferência de calor por convecção foram utilizadas correlações empíricas para regime permanente. No caso das câmaras de compressão e expansão, foi utilizada a correlação de compressores fornecida por Disconzi et al. (2012).

Para os trocadores de calor, foi usada a correlação de Gnielinski (Kakaç et al., 2012) para o lado da água e a correlação de Wang et al. (1997) para o lado do escoamento do gás.

Finalmente, para o regenerador, a correlação de Xu e Wirtz (2002) foi utilizada para calcular a porosidade, para em seguida calcular o coeficiente de convecção com a correlação de Coppage e London (1956).

4. MÉTODO DE SOLUÇÃO

Após a aplicação das equações de conservação e de estado em cada volume de controle, chega-se a um conjunto de equações diferenciais algébricas não lineares que envolvem as taxas de variação no tempo das propriedades do gás na câmara de expansão (T_e, m_e), no aquecedor (T_h, m_h), no regenerador (T_r, m_r), resfriador (T_k, m_k) e câmara de compressão (T_c, m_c), assim como a pressão do sistema (P) e as taxas de variação da temperatura média da matriz do regenerador (T_m) e dos volumes de controle da água no aquecedor (T_{ah}) e resfriador (T_{ak}).

O equacionamento pode ser representado de forma matricial,

$$A\dot{x} = B \tag{15}$$

onde $A_{13 \times 13}$ e $B_{13 \times 1}$ são matrizes dependentes das propriedades avaliadas no instante anterior e \dot{x} é o vetor das taxas de variação no tempo das massas, temperaturas e pressão dos volumes de controle.

Para a inicialização do método foi empregada a análise de Schmidt (Urieli e Berchowitz, 1984) nas variáveis. Já para a integração das equações diferenciais, foi empregado o método de Euler com passo de tempo de 1 grau.

5. RESULTADOS

Realizada a simulação, primeiramente foi analisado o caso trivial ($\alpha = 180^\circ$), pois nesta configuração as câmaras de expansão e compressão estão se movendo sempre na mesma direção, ou seja, quando uma expande, a outra comprime, resultando então, num movimento em que o gás não sofre nenhuma mudança de estado. Nas figuras 3 e 4, tem-se este resultado:

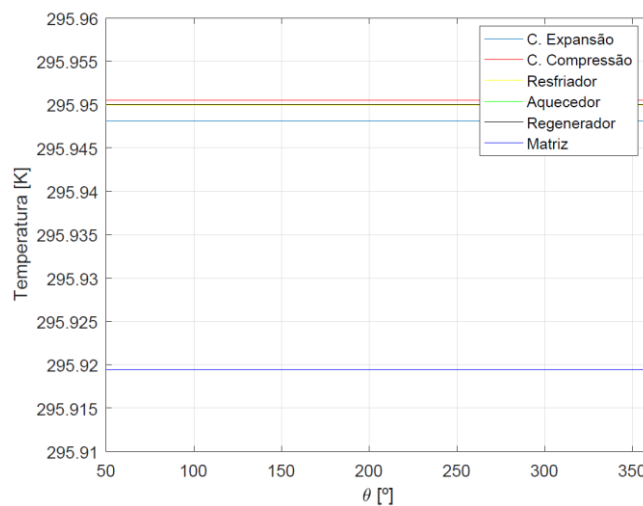


Figura 3. Gráfico das Temperaturas vs. Ângulo da manivela para $\alpha = 180^\circ$

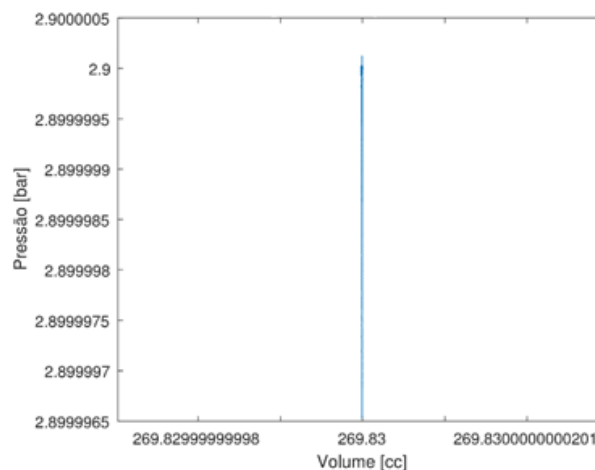


Figura 4. Gráfico da pressão da bomba de calor vs. Volume de gás para $\alpha = 180^\circ$

Uma vez que as temperaturas dos volumes de controle e a pressão não variaram, vê-se que o modelo usado prevê o caso trivial. Assim, o próximo passo é verificar se os resultados do modelo são coerentes com os resultados empíricos obtidos por Favaret (1992), utilizando a mesma rotação e temperaturas dos reservatórios, de 870 RPM e 22,8 °C, respectivamente.

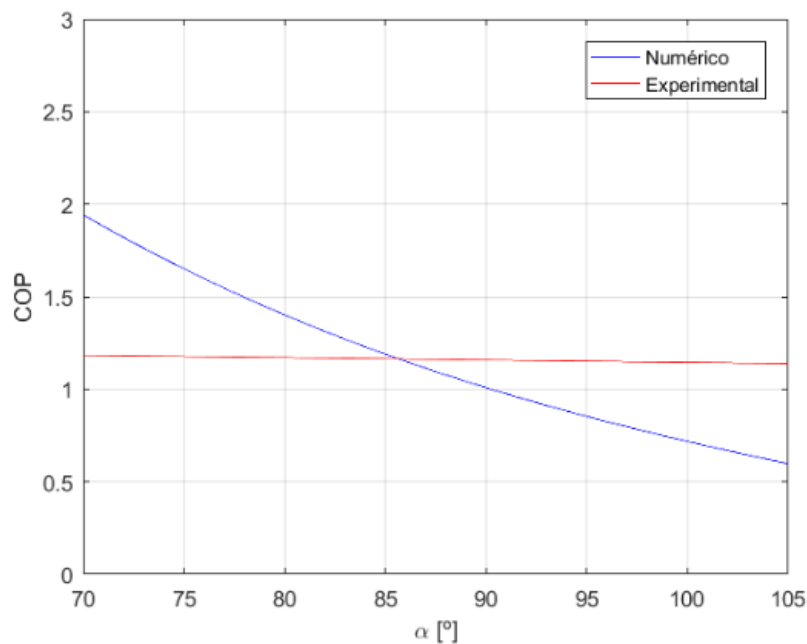


Figura 5. Gráfico do COP vs. Ângulos de defasagem

Mediante a figura 5, vê-se uma diferença razoável entre os resultados experimentais e numéricos. Isto acontece por conta não só da falta de alguns dados geométricos do equipamento, mas também de hipóteses simplificadoras. Recomenda-se, portanto, que perdas por condução de calor nos volumes de controle, perdas por atrito, efeitos de inércia do gás e histerese, além da utilização das equações de conservação da quantidade de movimento sejam usadas.

Apesar disso, ainda é possível se realizar uma análise paramétrica para comparar o perfil da curva com os gráficos obtidos na literatura. As figuras 6, 7, 8, 9, 10 e 11 representam esta análise, sendo as quatro primeiras, análises paramétricas em relação ao ângulo de fase de 86° e o restante, análise do comportamento do COP em relação à pressão de partida e temperatura dos reservatórios.

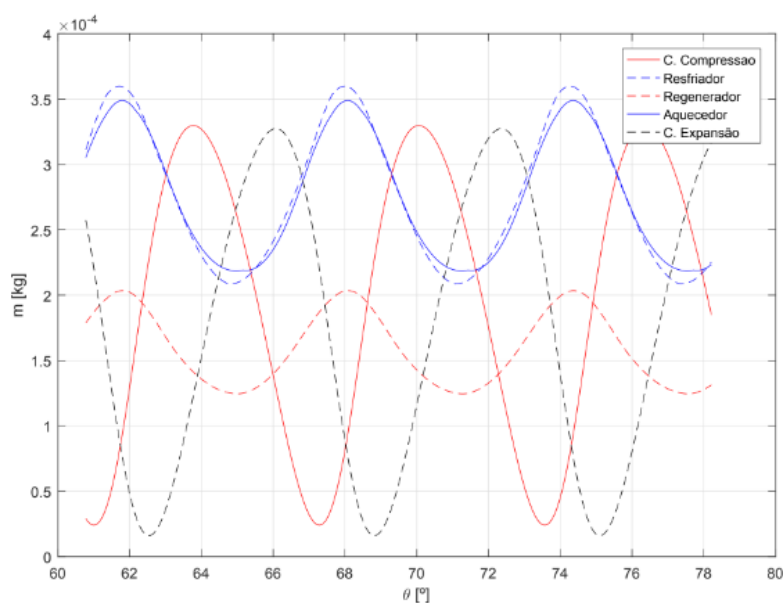


Figura 6. Gráfico das massas dos VC's vs. Ângulo da manivela para $\alpha = 86^\circ$

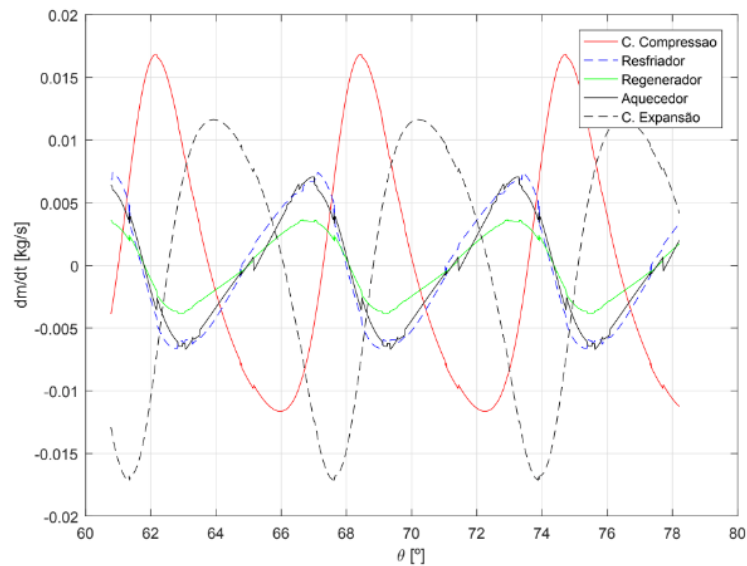


Figura 7. Gráfico das taxas de variação da massa dos VC's vs. Ângulo da manivela para $\alpha = 86^\circ$

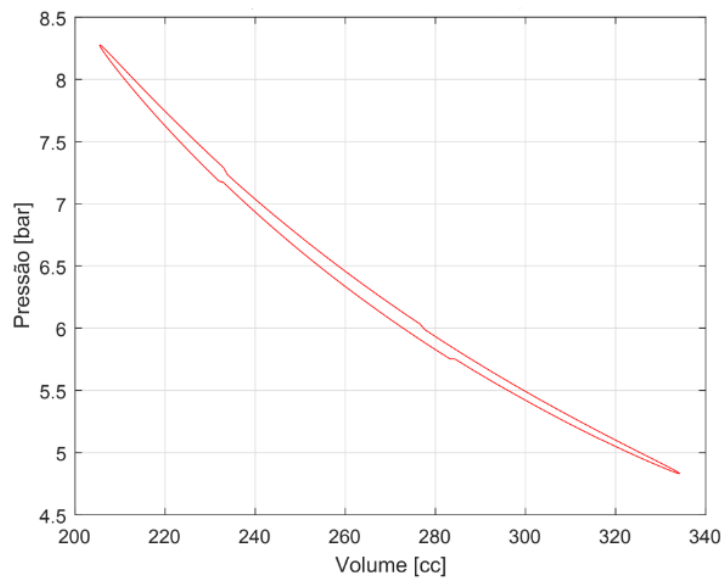


Figura 8. Gráfico Pressão do gás vs. Volume para $\alpha = 86^\circ$

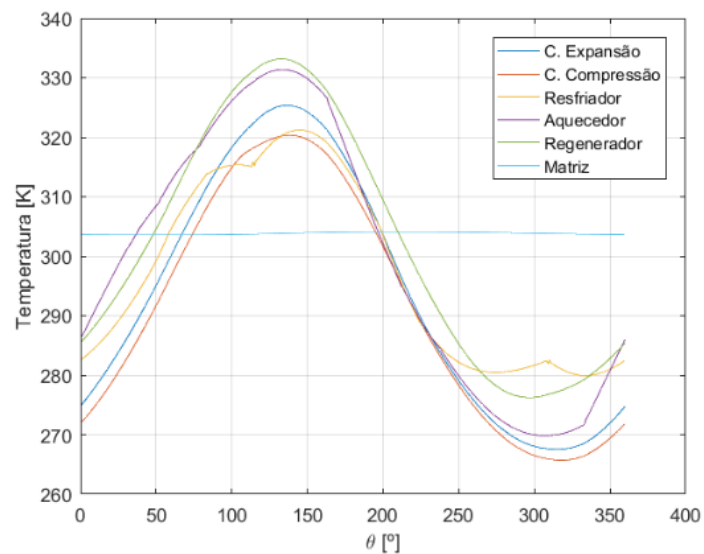


Figura 9. Gráfico das Temperaturas dos VC's vs. Ângulo de manivela para $\alpha = 86^\circ$

Com os resultados da simulação para um ângulo de manivela de 86° (figuras 6, 7, 8 e 9), percebe-se um comportamento oscilante, como exposto por Chakravarthy et al. (2011). Além disso, o diagrama P-V gerado tem mesmo perfil previsto por Serrate (1990).

Nas figuras 10 e 11, tem-se o resultado do COP em relação às temperaturas dos reservatórios e pressão de partida da bomba de calor:

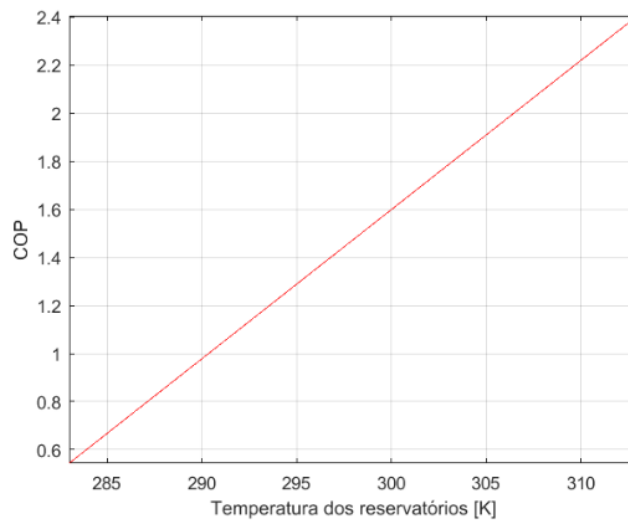


Figura 10. Gráfico do COP vs. Temperatura dos reservatórios

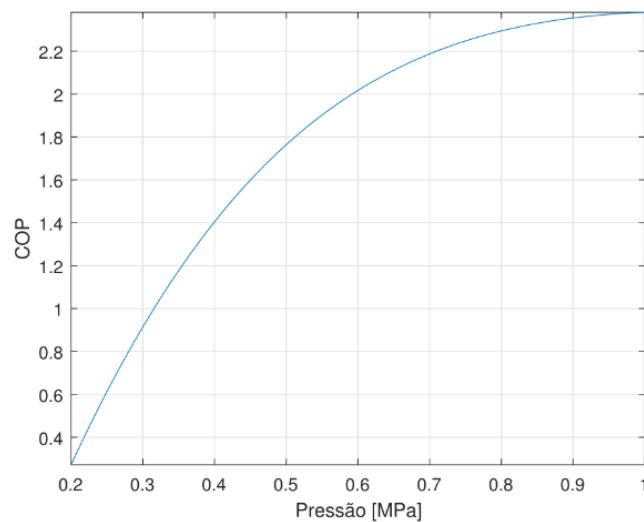


Figura 11. Gráfico do COP vs. Pressão de partida gás

A partir das figuras é possível observar que à medida que se aumenta as temperaturas dos reservatórios e/ou a pressão, obtém-se uma performance melhor da bomba de calor. Esta constatação não só está presente no ciclo Stirling, como também nos ciclos de compressão de vapor, Otto, Diesel, Dual, dentre outros.

6. CONCLUSÃO

Apesar das discrepâncias consideráveis em relação aos dados experimentais, a análise dos resultados transientes pode ser considerada satisfatória, visto que a partir dela é possível prever a variação de diversos parâmetros de uma bomba de calor Stirling. Além disso, o modelo apresenta um baixo tempo computacional (em torno de 2 minutos por caso), permitindo ao projetista a sua utilização num processo de otimização.

7. REFERÊNCIAS

- Ataer, O.E., Karabulut, H. 2005. Thermodynamic analysis of the v-type Stirling cycle refrigerator. *Journal of Refrigeration*, 28:183-189.
- Borgnakke, C., Sonntag, R.E. 2013. *Fundamentals of Thermodynamics*. John Wiley & Sons, New York, 8th ed.
- Chen, J., Yan, Z. 1996. The general performance of a Stirling refrigerator with regenerative losses. *Journal of Applied Physics*, 29:987-990.
- Coppage, J. London, A. 1956. *Heat transfer and flow friction characteristics of porous media*. In Chemical Engineering Congress 52, pages 57-63.
- Chakravarthy, V. Shah, R. Venkatarathnam, G. A review of refrigeration methods in temperature range 4-300 K. *Journal of Thermal Science and Engineering Applications*, 2011.
- Disconzi, Fernanda P., Deschamps, Cesar J., Pereira, Evandro L.L. 2012. *Development of an in-cylinder heat transfer correlation for reciprocating compressors*. In International Compressor Engineering Conference, pages 1-10, Purdue.
- Erbay, L., Yavuz, H. 1998. The maximum cooling density of a realistic Stirling refrigerator. *Journal of Applied Physics*, 31:291-293.
- Faveret, P.S.C. 1992. Avaliação do desempenho de uma bomba de calor operando segundo o ciclo Stirling. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio.
- Gedeon, D. 1986. *A globally-implicit Stirling cycle simulation*. In 21th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, pages 550-554, San Diego, California.
- Kakaç, S., Liu, H., Pramuanjaroenkij, A. 2012. *Heat Exchangers: Selection, Rating and Thermal Design*. CRC Press, London, 3rd ed.
- Kawajiri, K., Fujiwara, M., Suganami, T. *Analysis of Stirling engine performance*. In 24th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, pages 2341-2346, San Diego, California, 1989.
- Martini, W.R. *A Stirling engine analysis method based upon moving gas nodes*. In 21th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, pages 569-574, San Diego, California, 1986.
- McFarlane, P., Semperlotti, F., Sen, M., Mathematical model of an air-filled alpha Stirling refrigerator. *Journal of Applied Physics*, 114:1-7, 2013.
- Serrate, O.A.G. 1990. Simulação numérica do comportamento termodinâmico de um motor de combustão externa. Dissertação de mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-Rio, Rio de Janeiro.
- Tew, R.C., Thieme, L.G., Miao, D. 1979. *Initial comparison of single cylinder Stirling engine computer model predictions with test results*. In NASA TM, 79044.
- Urieli, I., Berchowitz, D.M. 1984. *Stirling Cycle Engine Analysis*. Adam Hilger, Bristol (UK).
- Wang, C.C., Hsieh, Y.C., Lin, Y.T. 1997. Performance of plate fined tube heat exchangers under dehumidifying conditions. *Journal of Heat Transfer*, 119:109-117.
- Xu, J., Wirtz, R.A. 2002. *In-plane effective thermal conductivity of plain-weave screen laminates*. IEEE TCPT, 25:615-620.

SIMULATION OF A HEAT PUMP OPERATING BASED ON STIRLING CYCLE

Abstract. Finding more sustainable alternatives to fluid heating is essential, given its presence in various industrial processes. In the present work, a mathematical model of a heat pump operating under a transient flow based on Stirling cycle is developed. The control volumes method was used, where the conservation equations of mass and energy are applied to each control volume. Equations of thermophysical properties of the working fluid, as well as empirical correlations for the heat exchange coefficient and for the friction factor, are also applied. The model results in a set of nonlinear algebraic differential equations. Its numerical integration provides the thermodynamic states of the gas in each control volume at every instant. The results of the present model are confronted with available experimental data and their applications are presented at the end of the work.

Keywords: Heat pump, Stirling cycle, Control volumes, Simulation.